

• HƯỚNG DẪN SỬ DỤNG MÁY TÍNH CASIO •

🔍 **Chỉnh máy:**

- sai số cực nhỏ 9 chữ số thập phân - Bấm: **Shift - mod - 9**
- Thông thường đơn vị rad - Bấm: **Shift - mod - 4**

1. **Bài 1: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$:**

cú pháp: $f(A) - \frac{d}{dx}(F_i(x)) \Big|_{x=A}$

Trong đó:

- $f(A)$: giá trị của $f(x)$ tại $x = A$ (A là hằng số bất kỳ thuộc tập xác định và A lấy giá trị bé **0,1; 0,2,0,3...1;1,1**)
- $F_i(x)$: các kết quả nguyên hàm.

Ví dụ 1: $\int \frac{5(x^2+x)}{\sqrt{2x+1}} dx; x > -\frac{1}{2}$ bằng.

- A. $(x^2+x+1)\sqrt{2x+1}+C$ B. $(x^2-x+1)\sqrt{2x+1}+C$
C. $(x^2+x-1)\sqrt{2x+1}+C$ D. $(x^2-x-1)\sqrt{2x+1}+C$

• Bước 1: Nhập: $\frac{5(A^2+A)}{\sqrt{2A+1}} - \frac{d}{dx}(x^2+x+1)\sqrt{2x+1} \Big|_{x=A}$ (RCL - A ; Shift $\int \square$)

• Bước 2: Gán $x = A = 1$ hoặc 0,1 (bấm CALC \rightarrow A) cho kết quả khác 0 ta loại ngay đáp án đó \Rightarrow Loại A

Thay $F_i(x)$ bởi đáp án B và gán A như trên ta nhận kết quả khác 0 \Rightarrow Loại B

Thay $F_i(x)$ bởi đáp án C và gán A như trên ta nhận kết quả bằng 0; chắc ăn kiểm tra thêm vài giá trị của A như 0; 0,2; 0,5, 1

\Rightarrow Chọn **C.** (Không nên gán $x = A$ giá trị quá lớn máy sẽ chũri đấy)

Ví dụ 2: $\int x \sin x \cos x dx$ bằng

- A.** $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} \sin 2x - \frac{x}{2} \cos 2x \right) + C$ B. $-\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \sin 2x - \frac{x}{4} \cos 2x \right) + C$
 C. $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} \sin 2x + \frac{x}{2} \cos 2x \right) + C$ D. $-\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \sin 2x + \frac{x}{4} \cos 2x \right) + C$

• $A \sin A \cos A - \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{8} \sin 2x - \frac{x}{4} \cos 2x \right) \Big|_{x=A}$

• Gán $A = 0,1$ Cho kết quả bằng 0 - kiểm tra vài giá trị khác như 0,2; 0,3; 0,5 ta nhận kết quả đều bằng 0

\Rightarrow Chọn **A.**

Ví dụ 3: $\int \frac{-2}{x(1+\ln x)^2} dx$ ($x > 0$) bằng.

- A. $F(x) = \frac{1+\ln x}{1-\ln x} + C$ **B.** $F(x) = \frac{1-\ln x}{1+\ln x} + C$
 C. $F(x) = \frac{\ln x - 1}{1+\ln x} + C$ D. $-\frac{1}{2}$

• $\frac{-2}{A(1+\ln A)^2} - \frac{d}{dx} \left(\frac{1+\ln x}{1-\ln x} \right) \Big|_{x=A}$ gán $A = 0,1$ nhận kết quả khác 0 \Rightarrow loại đáp án A

- $\frac{-2}{A(1+\ln A)^2} - \frac{d}{dx} \left(\frac{1-\ln x}{1+\ln x} \right) \Big|_{x=A}$ gán $A = 0,1$ nhận kết quả bằng 0 \Rightarrow chọn đáp án B

Bài 2: Tìm 1 nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$, biết $F(x_0) = M$

Cú pháp: $F_i(A) - M - \int_{x_0}^A f(x) dx$

Vi dụ 4:

Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x - 1}{x^2 + 2x + 1}$, biết $F(1) = \frac{1}{3}$.

A. $F(x) = \frac{x^2}{2} + x + \frac{2}{x+1} - \frac{6}{13}$

B. $F(x) = \frac{x^2}{2} + x + \frac{2}{x+1}$

C. $F(x) = \frac{x^2}{2} + x + \frac{2}{x+1} + \frac{13}{6}$

D. $F(x) = \frac{x^2}{2} + x + \frac{2}{x+1} - \frac{13}{6}$

- $\frac{A^2}{2} + A + \frac{2}{A+1} - \frac{6}{13} - \int_1^A \frac{x^3 + 3x^2 + 3x - 1}{x^2 + 2x + 1} dx$ gán $A = 0,1$; 1 đều nhận kết quả khác 0 \Rightarrow loại đáp

án A

- $\frac{A^2}{2} + A + \frac{2}{A+1} - \frac{13}{6} - \int_1^A \frac{x^3 + 3x^2 + 3x - 1}{x^2 + 2x + 1} dx$ gán $A = 0,1$; 1 nhận kết quả 0, kiểm tra thêm \Rightarrow

Chọn D.

Vi dụ 5: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{5}{5 \sin x + 3 \cos x + 3}$, thỏa $F(\frac{\pi}{2}) = 3 \ln 2$.

A. $F(x) = 3 \ln \left| 5 \tan \frac{x}{2} - 3 \right|$

B. $F(x) = \ln \left| 5 \tan \frac{x}{2} + 3 \right|$

C. $F(x) = \ln \left| 5 \tan \frac{x}{2} - 3 \right| + 2 \ln 2$

D. $F(x) = 3 \ln \left| 5 \tan \frac{x}{2} + 3 \right|$

- $3 \ln \left| 5 \tan \frac{A}{2} - 3 \right| - 3 \ln 2 - \int_{\frac{\pi}{2}}^A \frac{5}{5 \sin x + 3 \cos x + 3} dx$ gán $A = 0$; 0,1 nhận kết quả khác 0 \Rightarrow loại đáp

án A

- $\ln \left| 5 \tan \frac{A}{2} - 3 \right| - 3 \ln 2 - \int_{\frac{\pi}{2}}^A \frac{5}{5 \sin x + 3 \cos x + 3} dx$ gán $A = 0$; 0,1; 2 nhận kết quả 0

\Rightarrow Chọn đáp án B

Bài toán 3: Tính tích phân: $\int_a^b f(x) dx$ (Trong các đáp án đều là số vô tỷ: dạng căn, số e, số π các

em nên bấm máy ghi nhận lại các kết quả trên)

Cú pháp: $\int_a^b f(x) dx$

Vi dụ 6: $\int_2^5 (3x-4)^4 dx$ bằng.

A. $\frac{89720}{27}$

B. $\frac{18927}{20}$

C. $\frac{960025}{18}$

D. $\frac{161019}{15} = \frac{53673}{5}$

Ví dụ 7: $\int_1^e x^2 \ln x dx$ bằng

A. $\frac{e^2 + 1}{4}$

B. $\frac{2e^3 + 1}{9}$

C. $\frac{3e^3 + 2}{8}$

D. $\frac{2e^2 + 3}{3}$

• $\frac{e^2 + 1}{4} \approx 2,097264025$ • $\frac{2e^3 + 1}{9} \approx 4,574563716$ • $\frac{3e^3 + 2}{8} \approx 7,782076346$ • $\frac{2e^2 + 3}{3} \approx 5,926037399$

Ví dụ 8: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos^2 x + 4 \sin^2 x}} dx$ bằng

A. $\frac{3}{2}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{2}{3} \approx 0,666666667$

D. $\frac{2}{5}$

Ví dụ 9: $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) dx}{\sin 2x + 2(1 + \sin x + \cos x)}$

A. $\frac{4 - 3\sqrt{2}}{4} \approx -0,060660172$

B. $\frac{4 + 3\sqrt{2}}{4}$

C. $\frac{4 + 3\sqrt{2}}{3}$

D. $\frac{4 - 3\sqrt{2}}{3}$

Ví dụ 10: $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\sin^2 x \sqrt{\cot x}}$

A. $2(\sqrt[4]{3} - 1)$

B. $2(\sqrt[4]{3} + 1)$

C. $\sqrt[4]{3} - 1$

D. $\sqrt[4]{3} + 1$

Bài toán 4: Diện tích hình phẳng – Thể tích khối tròn xoay:

Cú pháp: $S = \int_a^b |f(x)| dx$ $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx$

$V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$ $V = \pi \int_a^b |f_1^2(x) - f_2^2(x)| dx$

Ví dụ 10: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2 - 2x$, $y = x$ là

A. $\frac{9}{4}$

B. $\frac{9}{2}$

C. $\frac{13}{4}$

D. $\frac{7}{4}$

• Phương trình HDGD $f_1(x) - f_2(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 3$

$$\bullet S = \int_0^3 |x^2 - 3x| dx = \frac{9}{2}$$

Ví dụ 11: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = (e+1)x$, $y = (1+e^x)x$ là

A. $e + \frac{1}{2}$ B. $\frac{e}{2} + 1$ C. $e - \frac{1}{2}$ D. $\frac{e}{2} - 1$

• **Phương trình HDGD** $f_1(x) - f_2(x) = 0 \Leftrightarrow x(e^x - e) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

• $S = \int_0^1 |x(e^x - e)| dx = \frac{e}{2} - 1 \approx 0,359140914$

Ví dụ 12: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = |x^2 - 4x + 3|$, $y = x + 3$ là

A. $\frac{6}{109}$ B. $\frac{109}{6}$ C. $\frac{13}{6}$ D. $\frac{26}{3}$

• **Phương trình HDGD** $f_1(x) - f_2(x) = 0 \Leftrightarrow |x^2 - 4x + 3| = x + 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 5 \end{cases}$

• $S = \int_0^5 |x^2 - 4x + 3| - (x + 3) dx = \frac{109}{6} \approx 18,16666667$

Ví dụ 13: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = \sqrt{4 - \frac{x^2}{4}}$ và $y = \frac{x^2}{4\sqrt{2}}$.

A. $2\pi - \frac{4}{3}$ B. $2\pi + \frac{3}{4}$ C. $2\pi + \frac{4}{3}$ D. $\pi + \frac{4}{3}$

• **Phương trình HDGD** $f_1(x) - f_2(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{4 - \frac{x^2}{4}} = \frac{x^2}{4\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{x^4}{32} + \frac{x^2}{4} - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{8}$

• $S = \int_{-\sqrt{8}}^{\sqrt{8}} \left| \sqrt{4 - \frac{x^2}{4}} - \frac{x^2}{4\sqrt{2}} \right| dx = 2\pi + \frac{4}{3} \approx 7,616518641$

Ví dụ 14: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = 1 - \sqrt{1 - x^2}$, $y = x^2$ là

A. $\frac{2}{3} - \frac{\pi}{2}$ B. $\frac{4}{3} - \frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{2} - \frac{4}{3}$ D. $\frac{\pi}{2} - \frac{2}{3}$

• **Phương trình HDGD:** $f_1(x) = f_2(x) \Leftrightarrow 1 - \sqrt{1 - x^2} = x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$

• $S = \int_{-1}^1 |1 - \sqrt{1 - x^2} - x^2| dx = 0,237462993$ chọn C $\left(\frac{\pi}{2} - \frac{4}{3} \approx 0,237462993 \right)$

Ví dụ 15: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y^2 = 2x + 1$, $y = x - 1$ là

A. $\frac{16}{3}$ B. $\frac{14}{3}$ C. $\frac{17}{3}$ D. $\frac{5}{3}$

• $y^2 = 2x + 1 \Rightarrow x = \frac{y^2 - 1}{2}$ và $y = x - 1 \Rightarrow x = y + 1$

• **Phương trình TĐGD:** $f_1(y) = f_2(y) \Leftrightarrow \frac{y^2 - 1}{2} = y + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ y = 3 \end{cases}$

• $S = \int_{-1}^3 \left| \frac{y^2 - 1}{2} - (y + 1) \right| dy = \frac{16}{3}$

Chọn A

Ví dụ 16: Hình (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$; $y = 0$; $x = -1$; $x = 2$. Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi (H) xoay quanh trục Ox.

A. $\frac{18}{5}\pi$

B. $\frac{17}{5}\pi$

C. $\frac{5}{18}\pi$

D. $\frac{16}{5}\pi$

• $V = \pi \int_{-1}^2 (x^2 - 2x)^2 dx = \frac{18}{5}\pi$

Chọn A.

Ví dụ 17: Tính thể tích của khối tròn xoay khi (H) giới hạn bởi các đường $y = 2\sqrt{1-x^2}$ và $y = 2(1-x)$ xoay quanh trục Ox.

A. $\frac{4}{3}\pi$

B. $\frac{4}{5}\pi$

C. $\frac{3}{4}\pi$

D. $\frac{3}{5}\pi$

• **Phương trình HDGD:** $f_1(x) = f_2(x) \Leftrightarrow 2\sqrt{1-x^2} = 2(1-x) \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$

• $V = \pi \int_0^1 \left| \left(2\sqrt{1-x^2}\right)^2 - \left(2(1-x)\right)^2 \right| dx = \frac{4}{3}\pi$

Chọn A.